

Zadatak 1 (10 bodova)

U početnom trenutku površina namotane vrpce jednaka je

$$P_1 = R^2\pi - r_0^2\pi \quad (1 \text{ bod})$$

Gdje je R polumjer magnetske vrpce, a r_0 polumjer kotačića na koji je namotana vrpca.

Kada se polumjer smanji za četvrtinu početnog, površina je jednaka:

$$P_2 = R_1^2\pi - r_0^2\pi \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je $R_1 = R - R/4 = 3R/4$. Razlika površina je:

$$\Delta P = \frac{7}{16}R^2\pi = dvt_1 \quad (2 \text{ boda})$$

Gdje je d debljina vrpce, a t_1 vrijeme potrebno da se polumjer vrpce smanji za četvrtinu početnog. Iz prethodne jednadžbe možemo izračunati R :

$$R = \sqrt{\frac{16}{7\pi}dvt_1} = 2.3 \text{ cm} \quad (1 \text{ bod})$$

Za duljinu magnetske vrpce l vrijedi:

$$P_1 = R^2\pi - r_0^2\pi = ld \quad (1 \text{ bod})$$

$$l = \frac{(R^2 - r_0^2)\pi}{d} = 80.1 \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$

Vrijeme potrebno da se cijela vrpca premota jednako je:

$$t = \frac{l}{v} = 28 \text{ min} \quad (1 \text{ bod})$$

S obzirom da je brzina vrpce stalna, vrijedi jednakost:

$$\omega_L R = \omega_D r_0 \quad (1 \text{ bod})$$

Prema tome, omjer kutnih brzina jednak je:

$$\frac{\omega_L}{\omega_D} = \frac{r_0}{R} = \frac{1.1}{2.3} = 0.48 \quad (1 \text{ bod})$$

Zadatak 2 (10 bodova)

Ovisnost puta o vremenu za gibanje Marka, odnosno autobusa dana je jednadžbama:

$$x_M(t) = v_M t \quad (1 \text{ bod})$$

$$x_{bus}(t) = x_0 + \frac{1}{2}at^2 \quad (1 \text{ bod})$$

U trenutku kada Marko sustigne autobus, vrijedi:

$$x_M(t) = x_{bus}(t) \quad (1 \text{ bod})$$

Dobivamo sljedeću jednadžbu:

$$t^2 - 10t + 21 = 0$$

$$(t - 3)(t - 7) = 0 \quad (1 \text{ bod})$$

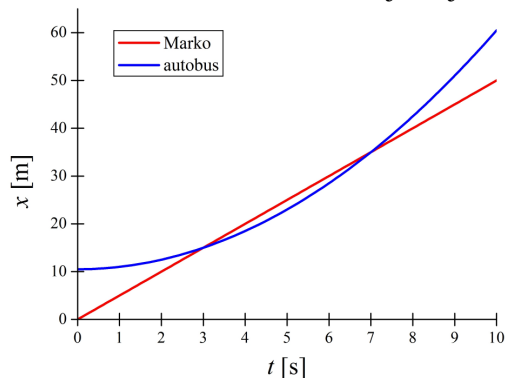
Marko će sustići autobus u $t = 3$ s. (1 bod)

Brzina autobusa u $t = 3$ s iznosi:

$$v_{bus} = at = 3 \text{ m/s}^2 \quad (1 \text{ bod})$$

Udaljenost od stanice koju prijeđe autobus je:

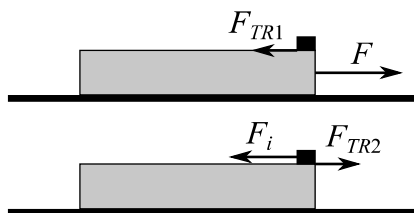
$$\Delta x_{bus} = \frac{1}{2}at^2 = 4.5 \text{ m} \quad (1 \text{ bod})$$



(2 boda)

Jednadžba iz a) dijela zadatka ima dva rješenja: $t_1 = 3\text{ s}$ i $t_2 = 7\text{ s}$. Također, iz grafa se može vidjeti da se Marko i autobus dva puta nalaze na istom mjestu. Prvi put kada se nađu na istom mjestu (u t_1), Marko je sustigao autobus. Nakon toga Marko nastavlja trčati stalnom brzinom i preštiže autobus. Autobus se i dalje giba ubrzano te u trenutku t_2 sustiže Marka. Nakon trenutka t_2 autobus preštiže Marka i oni se više ne mogu naći na istom mjestu. (1 bod)

Zadatak 3 (10 bodova)



Na veliki kvadar u horizontalnom smjeru djeluje sila F i sila trenja:

$$m_1 a_1 = F - F_{TR1} \quad (2 \text{ boda})$$

Na mali kvadar u sustavu velikog kvadra djeluje sila trenja i inercijalna sila:

$$m_2 a_2 = F_i - F_{TR2} \quad (2 \text{ boda})$$

$$F_i = m_2 a_1 \quad (1 \text{ bod})$$

$$F_{TR2} = \mu m_2 g = F_{TR1} \quad (1 \text{ bod})$$

Iz prve jednadžbe nađemo ubrzanje a_1 , uvrstimo u drugu jednadžbu pa dobijemo:

$$a_2 = \frac{1}{m_1} [F - \mu g (m_1 + m_2)] = 0.34 \text{ m/s}^2 \quad (2 \text{ boda})$$

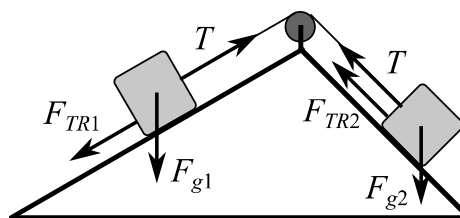
Prema tome, mali kvadar giba se ubrzanjem a_2 u sustavu velikog kvadra. Vrijeme potrebno da dođe do lijevog ruba velikog kvadra je:

$$l = \frac{1}{2} a_2 t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2l}{a_2}} = 2.4 \text{ s} \quad (2 \text{ boda})$$

Zadatak 4 (10 bodova)

Na tijela djeluju sile prikazane na slici (uz pretpostavku da se tijelo m_1 giba uz kosinu, a tijelo m_2 niz kosinu).

(2 boda)



Drugi Newtonov zakon po komponentama za oba tijela:

$$m_1 a = T - m_1 g \frac{1}{2} - F_{TR1}$$

$$0 = m_1 g \frac{\sqrt{3}}{2} - N_1$$

$$m_2 a = m_2 g \frac{1}{\sqrt{2}} - T - F_{TR2}$$

$$0 = m_2 g \frac{1}{\sqrt{2}} - N_2 \quad (4 \text{ boda})$$

$$F_{TR1} = \mu N_1, \quad F_{TR2} = \mu N_2 \quad (1 \text{ bod})$$

Rješavanjem sustava dobije se:

$$(m_1 + m_2)a = g \left(-m_1 \frac{1}{2} + m_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \right) - \mu g \left(m_1 \frac{\sqrt{3}}{2} + m_2 \frac{1}{\sqrt{2}} \right) \quad (2 \text{ boda})$$

$$a = \frac{g}{3} \left[\sqrt{2} - \frac{1}{2} - \mu \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} \right) \right] = 2.24 \text{ m/s}^2 \quad (1 \text{ bod})$$

Zadatak 5 (10 bodova)

Za spuštanje kvadra po lijevom klinu vrijedi zakon očuvanja energije i zakon očuvanja količine gibanja:

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}MV^2 \quad (1 \text{ bod})$$

$$0 = mv - MV \quad (1 \text{ bod})$$

gdje je v brzina kvadra na dnu lijevog klina, a V brzina lijevog klina. Slijedi:

$$V = \frac{1}{20}v \quad (1 \text{ bod})$$

$$v^2 = \frac{40}{21}gh \quad (1 \text{ bod})$$

U trenutku prelaska na desni klin kvadar se giba brzinom v prema desno, a drugi klin miruje.

U trenutku u kojem će se kvadar zaustaviti na desnom klinu tj. kada postigne maksimalnu visinu, desni klin i kvadar se gibaju prema desno brzinom V' . Vrijede zakoni očuvanja energije i količine gibanja:

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh' + \frac{1}{2}(m + M)V'^2 \quad (1 \text{ bod})$$

$$mv = (m + M)V' \quad (1 \text{ bod})$$

Slijedi:

$$V' = \frac{1}{21}v \quad (1 \text{ bod})$$

$$h' = \frac{10}{21} \frac{v^2}{g} = \left(\frac{20}{21} \right)^2 h \quad (2 \text{ boda})$$

Pa je traženi omjer visina:

$$\frac{h'}{h} = \left(\frac{20}{21} \right)^2 = 0.907 \quad (1 \text{ bod})$$